

4.3 Pitčforko bifurkacijos

Pirmosios eilės simetrinėse dinaminėse sistemose mes galime stebėti dar dviejų rūšių bifurkacijas, susijusias su valdančiųjų parametru įtaka. Bifurkacijos simetrinėse sistemose įvardijamos kaip Pičforko bifurkacijos: superkritinė ir subkritinė.

Normalioji dinaminės sistemos. turinčios superkritinę Pičforko bifurkaciją, forma yra

$$x' = rx - x^3,$$

o subkritinę –

$$x' = rx + x^3.$$

Kaip matome nagrinėdami šių dinaminių sistemų normaliąsias formas, superkritinės bifurkacijos atveju trečiojo laipsnio narys atlieka dinaminės sistemos stabilizavimo vaidmenį, t. y. jis yra tarsi gražinančioji jėga sprendinius $x(t)$ nukreipianti link ramybės taško $x^* = 0$. Tuo tarpu subkritinės Pičforko bifurkacijos atveju trečiojo laipsnio narys destabilizuoja dinaminę sistemą ir bet kurią trajektoriją $x(t)$, prasidedančią $x_0 \neq 0$ nukreipia į begalybę, t. y. po baigtinio laiko mes gauname, kad $x(t) \rightarrow \pm\infty$.

Siekiant pasipriešinti minėtai destabilizuojančiai trečiojo laipsnio nario įtakai į dinaminę sistemą, neprarandant simetriškumo savybės, yra įtraukiami aukštesniųjų eilių nariai. Pirmasis narys, kuris galėtų stabilizuoti sistemą ir nepanaikintų jos simetriškumo savybės, yra x^5 . Tokiu būdu gauname tokią sistemą

$$x' = rx + x^3 - x^5.$$

Penktosios eilės narys šios dinaminės sistemos bifurkacinėje diagramoje nestabilias parabolės šakas (jas turime nagrinėdami normaliąją dinaminės sistemos su subkritine bifurkacija formą) apsuka ir pakeičia jų stabilumą. Būtent šis stabilizuojantis narys lemia tai, kad minėtos stabiliosios parabolės šakos bifurkacinėje diagramoje egzistuoja su visomis valdančiojo parametro reikšmėmis $r > r_{krit}$.